

## 情報 V

学習指導要領 (3) - 知・技 - I  
 学習指導要領 (3) - 思・判・表 - I  
 学習内容 (3) - I アルゴリズムとプログラム

いくつかのグループの人々があるパーティーに参加している。パーティーの参加者は全員どれかのグループに属していて、2つ以上のグループに属している人はいない。誰がどのグループに属しているかは判らないが、同じグループに属する人が出会った時は握手をし、違うグループに属する人は出会っても握手しないということが判っている。このパーティーを観察し、誰と誰が握手をしたかを記録することによって、任意に指定した2人が同じグループに属するかどうかを判定するアルゴリズムを考える。

実は同じグループに属していても、たまたまパーティーで出会わなかったために握手の記録が無いということもあり得るので、握手の記録が無いから同じグループでないと言うことはできない。したがって、アルゴリズムの出力は「同じグループに属している」か「同じグループに属するか不明」のどちらかとなる。

パーティーの参加者は  $n$  人 (ただし  $n \geq 2$ ) とし、各参加者には1から  $n$  までの番号が付けられているものとする。握手記録は握手した2人の番号の組であり、握手記録列は握手記録を並べた列である。

(ア) 次の文章の空欄 (95) ~ (97) に入るもっとも適切なものを下の選択肢から選び、その番号を解答欄にマークしなさい。

単純に考えると次のようになる。

- 各参加者に対してグループ番号を割り当てる。最初は全員異なるグループ番号にしておく。
- アルゴリズムは、握手の記録を読み込む部分と、指定された2人が同じグループか判定する部分に分かれる。前者を1a、後者を1bと呼ぶことにする。
- アルゴリズム1aでは、握手をした人が同じグループ番号になるように、グループ番号を書き換える。
- アルゴリズム1bでは、指定された2人のグループ番号が同じかどうか比較する。

これをアルゴリズムの形で書くと次のようになる。

## アルゴリズム 1a:

変数  $n$  の値を参加者の数、変数  $g_1, \dots, g_n$  の値をそれぞれ  $1, \dots, n$  とする。  
 握手記録列を先頭から順に読み込み、各握手記録に対して処理 A を実行する。  
 処理 A の始め  
 変数  $a, b$  の値を、握手した 2 人の番号とする。  
 変数  $c$  の値を  とする。  
 変数  $i$  の値を最初 1 とし、1 ずつ増やしながら  $n$  まで処理 B を繰り返す。  
 処理 B の始め  
 もし  $g_i =$   なら処理 C を実行する。  
 処理 C の始め  
 の値を  $g_a$  とする。  
 処理 C の終わり  
 処理 B の終わり  
 処理 A の終わり

## アルゴリズム 1b:

変数  $g_1, \dots, g_n$  は、アルゴリズム 1a と共有している。  
 変数  $d, e$  の値を、指定された 2 人の番号とする。  
 もし  $g_d = g_e$  なら「同じグループに属している」と出力し、  
 そうでなければ「同じグループに属するか不明」と出力する。

【 ~  の選択肢】

- (1)  $a$    (2)  $b$    (3)  $c$    (4)  $i$   
 (5)  $g_a$    (6)  $g_b$    (7)  $g_c$    (8)  $g_i$

(イ) 次の文章の空欄  ~  に入るもっとも適切なものを下の選択肢から選び、その番号を解答欄にマークしなさい。

アルゴリズム 1a は、握手記録 1 個ごとに処理 B を  $n$  回繰り返すので、 $n$  が大きくなると効率が悪い。そこで、次のような別の考え方を考える。

- 各参加者が、別の参加者の番号をデータとして持つ。例えば 1 番の参加者が 2 番というデータを持つ時、「1 番が 2 番を指す」と呼ぶ。「誰も指していない」ことも可能で、その場合は 0 番をデータとして持つことにする。
- A が B を指し、B が C を指し、…と指している参加者を順番にたどっていき、誰も指していない参加者 X にたどり着いた場合、X を A の代理人と呼ぶことにする。A が誰も指していない場合

は、A が自分自身の代理人となる。

- アルゴリズムは、握手の記録を読み込む部分、指定された 2 人が同じグループか判定する部分、任意の参加者に対してその代理人を求める部分に分かれる。それぞれ 2a, 2b, 2c と呼ぶことにする。
- アルゴリズム 2a では、同じグループに属す参加者は代理人が同じになるようにする。それは、A と B が握手した時、(A と B が既に同じグループになっていなければ)A の代理人が B の代理人を指すようにすることで実現される。
- アルゴリズム 2b では、指定された 2 人の代理人が同じかどうか比較する。

これをアルゴリズムの形で書くと次のようになる。

#### アルゴリズム 2a:

変数  $n$  の値を参加者の数、変数  $p_1, \dots, p_n$  の値をすべて 0 とする。

握手記録列を先頭から順に読み込み、各握手記録に対して処理 A を実行する。

処理 A の始め

変数  $a, b$  の値を、握手した 2 人の番号とする。

変数  $c, d$  の値を、 $a, b$  をそれぞれ入力としてアルゴリズム 2c を実行した結果とする。

もし  $c = d$  でなければ処理 B を実行する。

処理 B の始め

$p_c$  の値を  $d$  とする。

処理 B の終わり

処理 A の終わり

#### アルゴリズム 2b:

変数  $e, f$  の値を、指定された 2 人の番号とする。

変数  $g, h$  の値を、 $e, f$  をそれぞれ入力としてアルゴリズム 2c を実行した結果とする。

もし  $g = h$  なら「同じグループに属している」と出力し、

そうでなければ「同じグループに属するか不明」と出力する。

#### アルゴリズム 2c:

変数  $p_1, \dots, p_n$  は、アルゴリズム 2a と共有している。

変数  $i$  の値を、入力された番号とする。

$p_i \neq \boxed{(98)}$  が成り立つ間、処理 C を繰り返す。

処理 C の始め

$i$  の値を  $\boxed{(99)}$  とする。

処理 C の終わり

$\boxed{(100)}$  の値を出力する。

## 【(98)～(100)の選択肢】

(1)  $i - 1$  (2)  $i$  (3)  $i + 1$  (4)  $0$ (5)  $p_{i-1}$  (6)  $p_i$  (7)  $p_{i+1}$ 

(ウ) 次の文章の空欄 (101)(102)～(105)(106) に入るもっとも適切な数字を解答欄にマークしなさい。

あるパーティーでは、 $n = 32$  で、32 人全員が同じ 1 つのグループに属している。これ以降は、このパーティーに対して、誰がどのグループかわからない状態からアルゴリズム 2a, 2b, 2c を適用し、全員が同じグループであると判定できるようにすることを考える。

握手記録列  $H$  が「十分大きい」とは、アルゴリズム 2a が  $H$  を読み取って処理した状態で、アルゴリズム 2b がどの 2 人に対しても「同じグループに属している」という出力を出すことと定義する。十分大きい握手記録列は、最低でも (101)(102) 個の握手記録を含んでいる。

十分大きい握手記録列は複数存在するが、その効率には違いがある。十分大きい握手記録列  $H$  をアルゴリズム 2a が読み取って処理した状態で、 $x$  を入力としてアルゴリズム 2c を実行した時の、処理 C の実行回数を  $s(H, x)$  で表す。さらに、ある  $H$  を固定して  $1 \leq x \leq 32$  の範囲での  $s(H, x)$  の最大値を  $t(H)$  で表す。すると、 $H$  の範囲をすべての十分大きい握手記録列とした時の  $t(H)$  の最大値は (103)(104) であり、最小値は (105)(106) となる。