# 情報V

整数の乗算を、加算を使って実現することを考える。なお、加算の他にも次の関数を使えるものとする。

- length$(b, n)$ — 整数 $b$ を $n$ 進法で表したときの桁数を計算する関数。例えば、length$(231, 10) = 3$ となる。
- digit$(b, n, x)$ — 整数 $b$ を $n$ 進法で表したときの右から $x$ 桁目の数を取り出す関数。例えば、digit$(231, 10, 3) = 2$ となる。

整数 $a > 0,\ b > 0$ が与えられた時、乗算 $ab$ は単純に考えれば $a$ を $b$ 個足せばよい。この場合は加算を $b-1$ 回行う必要がある。しかし、もっと効率の良い方法がある。例えば $b = 231$ の場合を考えると、$231a = 100a + 100a + 10a + 10a + 10a + a$ であるから、次のように計算できる。

1. $a$ を 10 個足すと $10a$ が得られる。(加算 9 回)
2. $10a$ を 10 個足すと $100a$ が得られる。(加算 9 回)
3. $100a + 100a + 10a + 10a + 10a + a + 0$ を計算すると $231a$ が得られる。(加算 6 回)

したがって加算 24 回で $231a$ を計算することができ、単純な場合と比べて大幅に加算を減らすことができる。なお、最後に 0 を足しているのは、次に述べるアルゴリズムに合わせるためである。

**学習指導要領（3）- 知・技 - イ**
**学習内容（3）- イ アルゴリズムとプログラム**

(ア) 空欄に入るもっとも適切なものを下の選択肢から選び、その番号をマークしなさい。

上のやり方は 10 進法による表現の各桁の数字を利用しているが、一般に $n$ 進法の表現が与えられていれば同じことができる。整数 $a > 0,\ b > 0,\ n \geqq 2$ が与えられた時、$\boxed{(79)}\boxed{(80)}$ (ただし $m = 0, 1, 2, \ldots$) を順に計算し、それを $b$ の $n$ 進法表現の各桁の数だけ足すことで $ab$ を計算するアルゴリズムは次のようになる。

変数 $a, b, n$ の値は、与えられた数とする。
変数 $c, d$ の値を 0 とする。
変数 $i$ の値を最初 1 とし、1 ずつ増やしながら $\boxed{(81)}\boxed{(82)}$ まで処理 A を繰り返す。
処理 A の始め
　$i = 1$ が成り立てば処理 B を行い、成り立たなければ処理 C を行う。
　処理 B の始め
　　$c$ の値を $\boxed{(83)}\boxed{(84)}$ とする。
　処理 B の終わり
　処理 C の始め
　　変数 $c'$ の値を $c$ とする。
　　処理 D を $n-1$ 回繰り返す。
　　処理 D の始め
　　　$c'$ の値を $\boxed{(85)}\boxed{(86)}$ とする。（命令 F）
　　処理 D の終わり
　　$c$ の値を $c'$ とする。
　処理 C の終わり
　処理 E を $\boxed{(87)}\boxed{(88)}$ 回繰り返す。
　処理 E の始め
　　$d$ の値を $\boxed{(89)}\boxed{(90)}$ とする。（命令 G）
　処理 E の終わり
処理 A の終わり
$d$ の値を結果として出力する。

【$\boxed{(79)}\boxed{(80)}$ ～ $\boxed{(89)}\boxed{(90)}$ の選択肢】

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (11) 0 | (12) 1 | (13) $a$ | (14) $b$ | (15) $n$ |
| (16) length$(b, n)$ | (17) digit$(b, n, i)$ | (18) $c' + c$ | (19) $c' + 1$ | (20) $d + c$ |
| (21) $d + 1$ | (22) $n^m a$ | (23) $a^m$ | | |

**学習指導要領（3）- 知・技 - イ**
**学習指導要領（3）- 思・判・表 - イ**
**学習内容（3）- イ アルゴリズムとプログラム**

**(イ)** 空欄に入るもっとも適切な数字をマークしなさい。

上のアルゴリズムでは命令 F と命令 G の実行回数は $a$ とは無関係に決まるので、命令 F と命令 G の実行回数の合計を $b, n$ の関数として $f(b, n)$ と表す。

- $0 < b \leqq 999$ の範囲で $f(b, 10)$ は $b = \boxed{(91)}\boxed{(92)}\boxed{(93)}$ の時最大値をとり、その値は $\boxed{(94)}\boxed{(95)}$ である。
- $0 < b \leqq 999$ の範囲で $f(b, 2)$ の最大値は $\boxed{(96)}\boxed{(97)}$ であり、最大値をとる $b$ は $\boxed{(98)}$ 個ある。

総

**学習指導要領（3）- 知・技 - イ**
**学習指導要領（3）- 思・判・表 - イ**
**学習内容（3）- イ アルゴリズムとプログラム**

**(ウ)** 空欄に入るもっとも適切な数字をマークしなさい。

整数 $k \geqq 2$ が与えられているとする。ある整数 $n \geqq 2$ を固定して考えると、$n^k \leqq b < n^{k+1}$ の範囲で $f(b, n)$ の最小値と最大値は次のようになる。

- 最小値 $\boxed{(99)}\, kn + \boxed{(100)}\boxed{(101)}\, k + \boxed{(102)}$
- 最大値 $\boxed{(103)}\, kn + \boxed{(104)}\boxed{(105)}\, k + \boxed{(106)}\, n + \boxed{(107)}\boxed{(108)}$