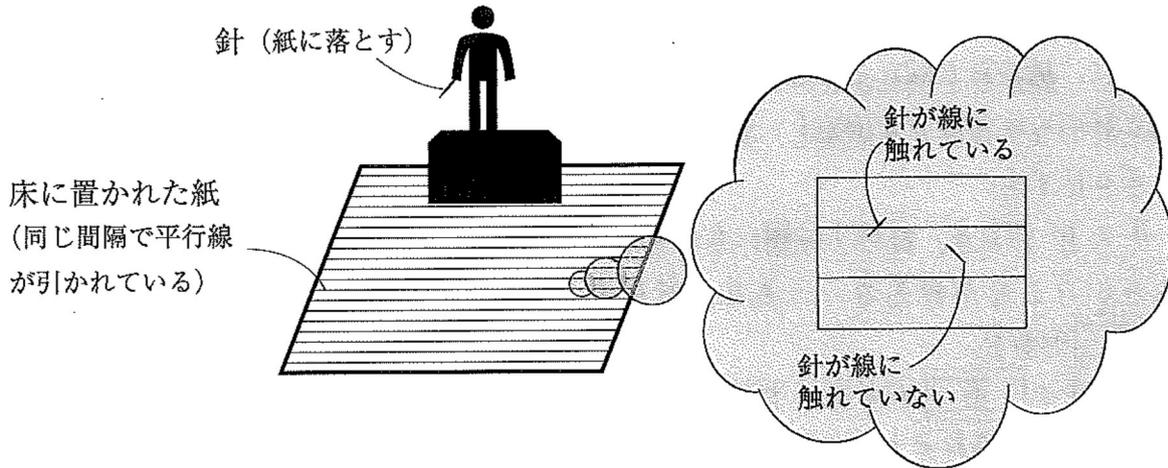


問1～問15
(問10は削除)

学習指導要領 (3) - 知・技 - ウ
 学習指導要領 (3) - 思・判・表 - ウ
 学習内容 (3) - ウ モデル化とシミュレーション

3 確率的モデルに関する下記の文章を読んで、次の各問い（問1～問15）に答えなさい。

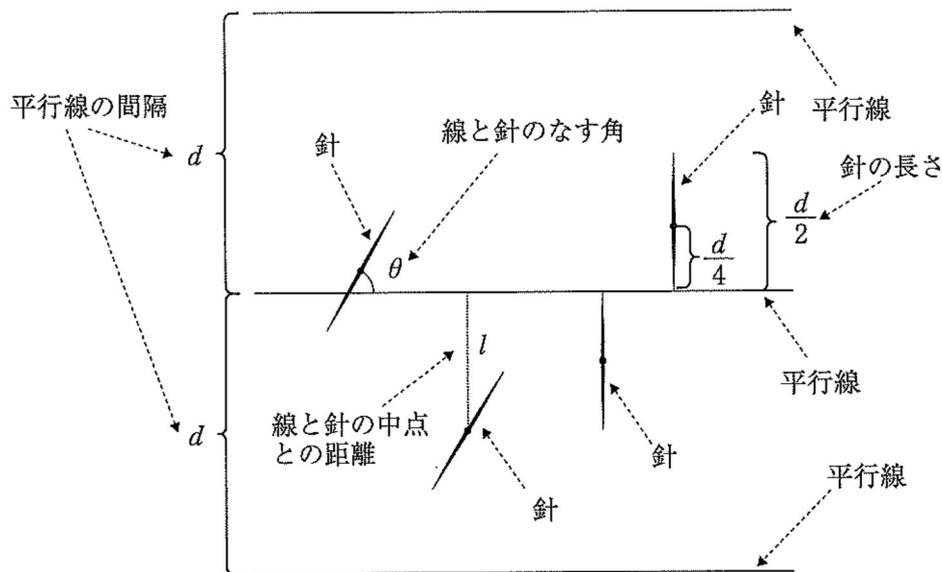
ビュフォンの針という実験がある。床に置かれた大きな紙の上に多数の平行線を書き、そこに針を落としたとき、どれかの線が針と触れる確率について考える。



つまり、線が針と触れる確率 = $\frac{\text{針が線に触れた回数}}{\text{針を落とした回数}}$ について考えることにする。

ここで平行線の間隔を d 、針の長さは平行線の間隔の半分であるため、針の長さは $\frac{d}{2}$ とする。このとき、平行線に対する針の状態は、下記の二つの数値の関係として表現できる。

1. 線と針の midpoint との距離 l
2. 線と針のなす角度 θ



これら l と θ の取り得る値を考える。線と針の midpoint との距離は、一番近い一本の平行線との距離を考えればよいため、

$$0 \leq l \leq \boxed{\text{ア}}$$

となる。一方、線と針のなす角度 θ は、

$$0^\circ \leq \theta \leq \boxed{\text{イ}}^\circ$$

となる。

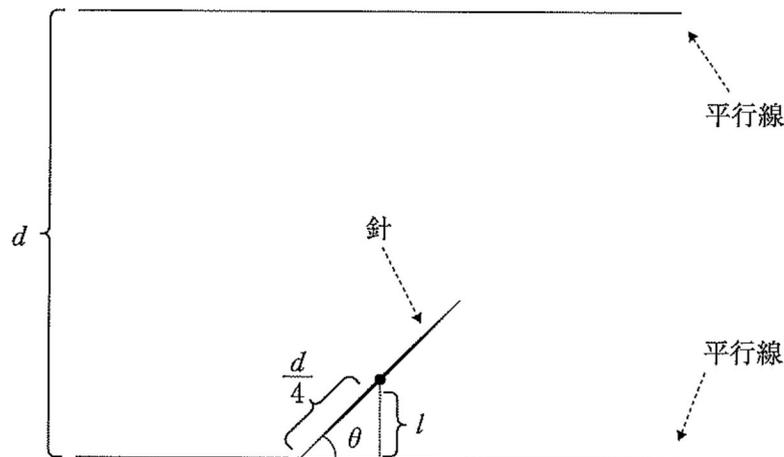
次に、線が針と触れるときの l と θ の取り得る値を考える。ここでは、単純化のため、線と針のなす角度 θ を固定し、針が線と触れるときの線と針の midpoint との距離 l を考えていくことにする。

$\theta = 0^\circ$ のとき、針は十分細いと考え、平行線とぴったり乗ったときのみ触れているということが言える。つまり、針が線と触れるときの線と針の midpoint との距離 $l = \boxed{\text{ウ}}$ である。

$\theta = 90^\circ = \boxed{\text{エ}}$ のとき、平行線と垂直になり、片方の先端が線に触れた時であるため、針が線と触れるときの線と針の midpoint との距離 $l = \boxed{\text{オ}}$ である。

では、 $\theta = 45^\circ = \boxed{\text{カ}}$ のときを考える。針の片方の先端が線と触れるときの線と針の midpoint との距離

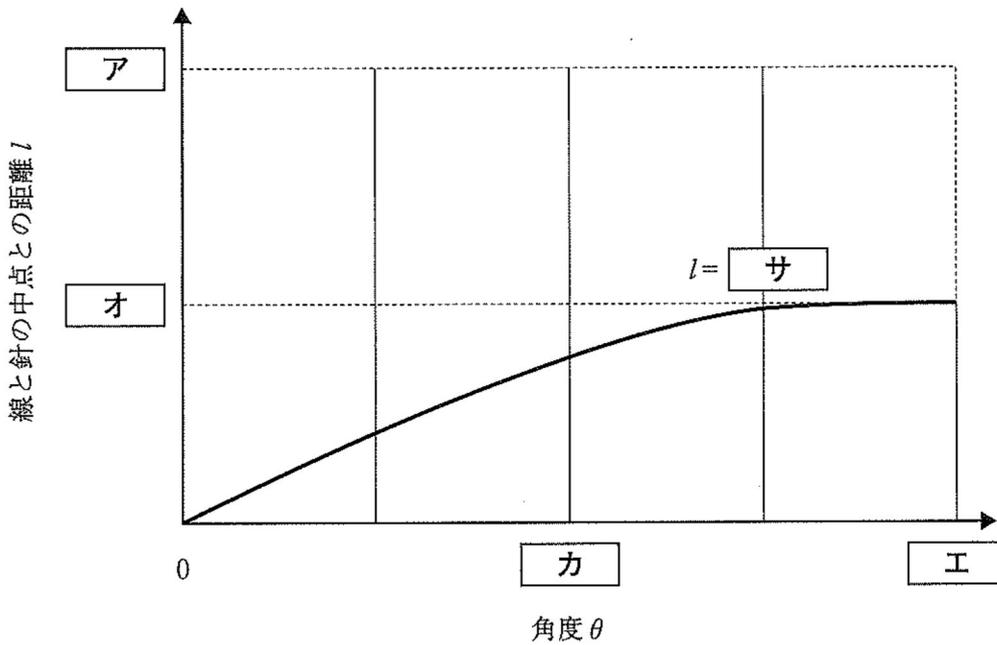
$$l = \boxed{\text{キ}} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}} d \text{ となる。}$$



つまり、針の片方の先端が線と触れるとき、線と針のなす角度 θ と線と針の midpoint との距離 l を用いて、次のように式として表される。

$$l = \boxed{\text{サ}}$$

これらをグラフにすると下図のようになる。



針の状態が、グラフ上の曲線、 $l = \text{サ}$ の内側にある場合は針と平行線が触れ、それ以外の場合は針と平行線が触れていない状態となる。

ここで、針と平行線が触れる場合、つまり、 $l = \text{サ}$ の内側の面積 S_1 を求めると、

$$S_1 = \int_0^{\text{エ}} \text{サ} d\theta = \frac{\text{d}}{4}$$

となる。

また、針を落とす全ての場合が、角度 θ は 0 から エ ，線と針の midpoint との距離 l は 0 から ア までの値を取るため、その面積 S_{all} は、

$$S_{\text{all}} = \text{エ} \times \text{ア} = \text{ス}$$

となる。

S_1 , S_{all} は、十分試行した場合の針が線に触れた回数、針を落とした回数となる。そのことから、線が針に触れる確率は次のように表される。

$$\text{線が針と触れる確率} = \frac{\text{針が線に触れた回数}}{\text{針を落とした回数}} = \frac{S_1}{S_{\text{all}}} = \text{セ}$$

これらのことから、線が針と触れる確率は、 ソ となる。

問1 空欄 に入る最も適切なものを選択肢の中から選び、その番号をマークしなさい。

- ① d ② $\frac{d}{2}$ ③ $\frac{d}{\sqrt{2}}$ ④ $\frac{d}{4}$
 ⑤ $2d$ ⑥ $\sqrt{2}d$ ⑦ $4d$ ⑧ 0

問2 空欄 に入る最も適切なものを選択肢の中から選び、その番号をマークしなさい。

- ① 30 ② 45 ③ 60 ④ 90
 ⑤ 120 ⑥ 180 ⑦ 270 ⑧ 360

問3 空欄 に入る最も適切なものを選択肢の中から選び、その番号をマークしなさい。

- ① d ② $\frac{d}{2}$ ③ $\frac{d}{\sqrt{2}}$ ④ $\frac{d}{4}$
 ⑤ $2d$ ⑥ $\sqrt{2}d$ ⑦ $4d$ ⑧ 0

問4 空欄 に入る最も適切なものを選択肢の中から選び、その番号をマークしなさい。

- ① 0 ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{3}$
 ⑤ $\frac{\pi}{2}$ ⑥ $\frac{2}{3}\pi$ ⑦ $\frac{5}{6}\pi$ ⑧ π

問5 空欄 に入る最も適切なものを選択肢の中から選び、その番号をマークしなさい。

- ① d ② $\frac{d}{2}$ ③ $\frac{d}{\sqrt{2}}$ ④ $\frac{d}{4}$
 ⑤ $2d$ ⑥ $\sqrt{2}d$ ⑦ $4d$ ⑧ 0

問6 空欄 に入る最も適切なものを選択肢の中から選び、その番号をマークしなさい。

- ① 0 ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{3}$
 ⑤ $\frac{\pi}{2}$ ⑥ $\frac{2}{3}\pi$ ⑦ $\frac{5}{6}\pi$ ⑧ π

問7 空欄 に入る最も適切なものを選択肢の中から選び、その番号をマークしなさい。

- ① d ② $\frac{d}{2}$ ③ $d \sin 45^\circ$ ④ $d \cos 45^\circ$
 ⑤ $\frac{d}{2} \sin 45^\circ$ ⑥ $\frac{d}{2} \cos 45^\circ$ ⑦ $\frac{d}{4} \sin 45^\circ$ ⑧ $\frac{d}{4} \cos 45^\circ$

問8 空欄 , , に入る最も適切な数値をマークしなさい。

問9 空欄 に入る最も適切なものを選択肢の中から選び、その番号をマークしなさい。

- ① $d\theta$ ② $\frac{d}{2}\theta$ ③ $d \sin \theta$ ④ $d \cos \theta$
 ⑤ $\frac{d}{2} \sin \theta$ ⑥ $\frac{d}{2} \cos \theta$ ⑦ $\frac{d}{4} \sin \theta$ ⑧ $\frac{d}{4} \cos \theta$

問11 空欄 に入る最も適切なものを選択肢の中から選び、その番号をマークしなさい。

- ① πd ② $\frac{\pi d}{2}$ ③ $\frac{\pi d}{\sqrt{2}}$ ④ $\frac{\pi d}{4}$
 ⑤ $2\pi d$ ⑥ $\sqrt{2}\pi d$ ⑦ $4\pi d$ ⑧ 0

問12 空欄 に入る最も適切なものを選択肢の中から選び、その番号をマークしなさい。

- ① π ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ ④ $\frac{\pi}{4}$
 ⑤ $\frac{1}{\pi}$ ⑥ $\frac{2}{\pi}$ ⑦ $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$ ⑧ 2π

問13 空欄 に入る最も適切なものを選択肢の中から選び、その番号をマークしなさい。

- ① 円周率
- ② 円周率の $\frac{1}{2}$
- ③ 円周率の $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- ④ 円周率の $\frac{1}{4}$
- ⑤ 円周率の 2 倍
- ⑥ 円周率の 4 倍
- ⑦ 円周率の逆数
- ⑧ 円周率の逆数の定数倍

問14 以上を踏まえ、床に置かれた大きな紙の上に多数の平行線を書き、そこに針を N 回落とし、平行線と触れるかどうかの実験を行った。N=100, 1000, 10000 と増やしたとき、円周率はどのように導出できるか、小数第四位を四捨五入してそれぞれ求めなさい。

針を落とした回数 (N)	針が平行線に触れた回数	円周率
100	33	<input type="text" value="タ"/> . <input type="text" value="チツテ"/>
1000	294	<input type="text" value="ト"/> . <input type="text" value="ナニヌ"/>
10000	3106	<input type="text" value="ネ"/> . <input type="text" value="ノハヒ"/>
100000	31701	3.154

問15 問14から N を変化させるとどのような傾向になると言えるか、最も適切なものを選択肢の中から選び、その番号をマークしなさい。

- ① N とは関係なく、円周率となる値が近くなったり遠くなったりする傾向があるので、小さな N でも構わないのでいくつか試行し、平均を出すと、実際の円周率と近い値を得ることができる。
- ② N が大きくなれば、円周率となる値が近くなる傾向にあるので、なるべく大きな N で試行すると、実際の円周率と近い値を得ることができる。
- ③ N が大きくなれば、円周率となる値が遠くなる傾向にあるので、なるべく小さな N で試行すると、実際の円周率と近い値を得ることができる。
- ④ N が大きすぎると、円周率の計算がうまく行われないう可能性があるので、なるべく小さな N でいくつか試行し、平均を出すと、実際の円周率と近い値を得ることができる。