

3 次の文章を読み、以下の問いに答えよ。(100点)

自然数 n の平方根の整数部分を求めるアルゴリズムのひとつにニュートン法がある。

ニュートン法

入力：自然数 n

出力： \sqrt{n} の整数部分 $[\sqrt{n}]$

① $x \leftarrow n$

② $y \leftarrow \left[\frac{1}{2} \left(x + \frac{n}{x} \right) \right]$

③ $x = y$ ならば x を出力し終了。

④ $x \leftarrow y$ として②へ戻る。

ただし正の実数 x の整数部分を $[x]$ で表し、「 \leftarrow 」は左辺の変数へ右辺の値を代入することを表すこととする。

問1, 問2 { 学習指導要領 (3) - 知・技・ウ
学習内容 (3) - ウ モデル化とシミュレーション

問1 $n = 30$ を入力としてニュートン法を実行することにより $[\sqrt{30}]$ を求めよ。

問2 整数部分の性質から、ニュートン法の終了時には

$$x \leq \frac{1}{2} \left(x + \frac{n}{x} \right) < x + 1$$

が成り立っている。このことを用いて、出力される x の値が

$$x^2 \leq n < (x + 1)^2$$

を満たすことを説明せよ。

問3, 問4 { 学習指導要領 (3) - 思・判・表 - イ
学習内容 (3) - イ アルゴリズムとプログラム

問3 n を2進数で1000桁の自然数とする。 n を入力としてニュートン法を実行したとき、②～④のループの繰り返しによって x の値ははじめのうちどのように変化するか、次の中から選び、その理由を述べよ。

- (a) ほぼ等比数列をなすように増加する。
- (b) ほぼ等差数列をなすように増加する。
- (c) 大きくなったり小さくなったりを繰り返す。
- (d) ほぼ等差数列をなすように減少する。
- (e) ほぼ等比数列をなすように減少する。

問4 問3の状況下、アルゴリズムの終了までに②～④のループの繰り返しはおよそ何回になるか、次の中から選べ。

- (A) 500回 (B) 1000回 (C) 100万回 (D) 2^{500} 回 (E) 2^{1000} 回