

情報 - III

学習指導要領 (2) - 知・技 - ア
 学習指導要領 (3) - 知・技 - ア
 学習内容 (2) - ア メディアとコミュニケーション
 学習内容 (3) - ア コンピュータの仕組みと処理

(ア) 虫食い算と呼ばれる種類のパズルについて述べた次の文章の空欄 (30) から (36) (37) に入るもっとも適した数字を解答欄にマークしなさい。

虫食い算とは、例えば、筆算による加算の計算過程が示してあり、□になっている部分に数字を入れて、正しい計算過程を完成させるものである。制限として、□には、一つだけ数字が入り、最上位の桁が□になっている場合は、そこには、0 は入らない。ここでは、よく見られる 10 進法で表現した数による計算過程に基づく虫食い算ではなく、2 進法で記述された虫食い算を考える。

次の問題は、2 進法で表現した二つの数の加算を示したものである。

$$\begin{array}{r} \square\square \\ + \square\square \\ \hline \square\square 1 \end{array}$$

この場合、解は二つあり、2 つの数の加算を、10 進法で表記すると、(30) + (31)、または、(31) + (30) であることが分かる。(ただし、(30) < (31) とする。)

次の問題は、2 進法で表現した二つの数の乗算の筆算による計算過程を示したものである。

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square \\ \times \square\square\square\square \\ \hline \square\square\square\square \\ \square\square\square\square \\ \square\square\square\square \\ \hline \square\square\square\square\square\square\square \end{array}$$

この 2 進法で表現した数同士の乗算には、2 通りの解があり、10 進法の計算式で表すと、(32) (33) × (34) (35) と、(36) (37) × (34) (35) になる。(ただし、(32) (33) < (36) (37) とする。)

学習指導要領 (3) - 思・判・表 - イ
 学習内容 (3) - イ アルゴリズムとプログラム

(イ) n 個の変数を持つ連立 1 次方程式が与えられたとき、その係数 $a_{i,j}$ および項 b_i から解を計算する手順について説明した次の文章の空欄 (38) (39) から (58) (59) に入るもっとも適した語を下の選択肢から選び、解答欄にマークしなさい。

次のような方程式を考える。ただし、ここでは、解が一通りに決まるような実係数になっているとし、 $a_{i,i} (1 \leq i \leq n)$ は 0 でないものとする。この形を一般形と呼ぶことにする。また、以下の手順では、0 による除算が生じる場合の例外処理については考慮しないものとする。

$$\begin{aligned} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \cdots + a_{1,n}x_n &= b_1 \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \cdots + a_{2,n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{n,1}x_1 + a_{n,2}x_2 + \cdots + a_{n,n}x_n &= b_n \end{aligned}$$

これを变形して、 $A_{i,i} \neq 0 (1 \leq i \leq n)$ となっているような、次のような形にしたとする。この形を三角形と呼ぶことにする。

$$\begin{aligned} A_{1,1}x_1 + A_{1,2}x_2 + \cdots + A_{1,n}x_n &= B_1 \\ A_{2,2}x_2 + \cdots + A_{2,n}x_n &= B_2 \\ &\vdots \\ A_{n,n}x_n &= B_n \end{aligned}$$

このように変形できると、まず次のように x_n が求まる。

$$x_n = \frac{\boxed{(38)} \boxed{(39)}}{\boxed{(40)} \boxed{(41)}}$$

さらに、

$$x_{n-1} = \frac{\boxed{(42)} \boxed{(43)} - \boxed{(44)} \boxed{(45)} x_n}{\boxed{(46)} \boxed{(47)}}$$

が得られる。

したがって、次の式について、 $i = n, n-1, \dots, 1$ の場合を順番に計算することで、 x_n から x_1 までの解が計算できる。

$$x_i = \frac{1}{\boxed{(48)} \boxed{(49)}} \left(\boxed{(50)} \boxed{(51)} - \sum_{j=i+1}^n A_{i,j} x_j \right)$$

次に、元の一般形を三角形に変形する手順について考える。まず、2番目から n 番目までの式から、 x_1 を消去することを考える。1番目の連立方程式を、元の一般形の連立方程式とし、次の変形操作を一度行ったものを、2番目の連立方程式として、以下、 $(k-1)$ 回の変形操作をしたものを、 k 番目の連立方程式とする。 $a_{i,j}^{(k)}$ は、 k 番目の連立方程式の、 i 番目の式の j 列目の係数を示す。 $b_i^{(k)}$ も同様である。

$$\begin{aligned} a_{1,1}^{(2)}x_1 + a_{1,2}^{(2)}x_2 + \cdots + a_{1,n}^{(2)}x_n &= b_1^{(2)} \\ a_{2,2}^{(2)}x_2 + \cdots + a_{2,n}^{(2)}x_n &= b_2^{(2)} \\ &\vdots \\ a_{n,2}^{(2)}x_2 + \cdots + a_{n,n}^{(2)}x_n &= b_n^{(2)} \end{aligned}$$

ここで $a_{1,m}^{(2)} = a_{1,m}$ ($1 \leq m \leq n$) であり、他の係数等は次のように計算できる。

$$\begin{aligned} a_{i,j}^{(2)} &= a_{i,j} - \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (52) & (53) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (54) & (55) \\ \hline \end{array}} \begin{array}{|c|c|} \hline (56) & (57) \\ \hline \end{array} \\ b_i^{(2)} &= b_i - \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (52) & (53) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (54) & (55) \\ \hline \end{array}} \begin{array}{|c|c|} \hline (58) & (59) \\ \hline \end{array} \end{aligned}$$

$k \geq 3$ についても同様の手順を繰り返すことで、三角形の連立方程式が得られる。

【 | | | |------|------| | (38) | (39) | |------|------| ~ | | | |------|------| | (58) | (59) | |------|------| の選択肢】

- | | | | |
|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| (11) $A_{1,1}$ | (12) $A_{n-2,n-2}$ | (13) $A_{n-1,n-1}$ | (14) $A_{n,n}$ |
| (15) $A_{n,n-1}$ | (16) $A_{n-1,n}$ | (17) $A_{n-2,n-1}$ | (18) $A_{n-1,n-2}$ |
| (19) $A_{i,i}$ | (20) $A_{i-1,i}$ | (21) $A_{i,i-1}$ | (22) $A_{i-1,i-1}$ |
| (23) B_1 | (24) B_{n-1} | (25) B_{n+1} | (26) B_n |
| (27) B_i | (28) B_{i-1} | (29) B_{i+1} | (30) B_j |
| (31) $a_{1,1}$ | (32) $a_{i,i}$ | (33) $a_{1,i}$ | (34) $a_{i,1}$ |
| (35) $a_{1,j}$ | (36) $a_{j,1}$ | (37) $a_{j,j}$ | (38) $a_{i,j}$ |
| (39) b_1 | (40) b_i | (41) b_{i-1} | (42) b_{i+1} |