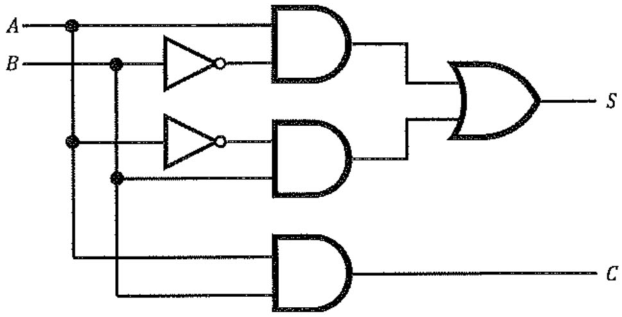
情報Ⅳ

学習指導要領（3）- 知・技 - ア
学習内容（3）- ア コンピュータの仕組みと処理

複数ビット同士の加算を行う回路を設計する手順を考える。次の文章の空欄 $\boxed{(58)}$ から $\boxed{(73)}$ には適切な数字を、空欄 $\boxed{(51)}$ から $\boxed{(57)}$ および空欄 $\boxed{(74)}\boxed{(75)}$ から $\boxed{(98)}\boxed{(99)}$ にはもっとも適したものを選択肢から選び、解答欄にマークしなさい。ただし、$A+B$ は A と B の論理和（OR）を表し、$A\cdot B$ は A と B の論理積（AND）を表す。また、$\overline{A}$ は A の否定（NOT）を表す。

(ア) 図（右）に示す論理回路は 1 ビットの半加算器回路である。半加算器回路は 1 ビットの入力 A、B を算術加算した結果を、和 S、桁上がり C として出力する回路であり、その動作は図（左）のような入出力の対応表、すなわち真理値表としてまとめられる。

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1



論理回路の設計は、真理値表から初期的な論理式を導出し、可能であれば式を簡単化し、OR 回路、AND 回路、NOT 回路等の基本論理回路（論理ゲート）を用いて回路を構成することにより行われる。上述の半加算器回路の場合、真理値表から求められる論理式は次のようになる。ただし、$\boxed{(51)}$ と $\boxed{(52)}$ は順不同である。

$$S = \boxed{(51)} + \boxed{(52)}$$
$$C = \boxed{(53)}$$

【$\boxed{(51)}$～$\boxed{(53)}$ の選択肢】

(1) $A\cdot B$　(2) $\overline{A}\cdot B$　(3) $A\cdot\overline{B}$　(4) $\overline{A}\cdot\overline{B}$

(イ) 論理演算の性質から論理式を簡単化する方法を考える。例えば、次の 5 つの論理式が成り立つことは、真理値表からも明らかである。

$$1 + A = 1$$
$$0 \cdot A = 0$$
$$0 + A = A$$
$$1 \cdot A = A$$
$$\overline{\overline{A}} = A$$

これらを含む論理演算に関する定理はいくつか存在するが、特に次の4つは論理式の簡単化を行う際、よく用いられる。

$$A + A = \boxed{(54)}$$
$$A \cdot A = \boxed{(55)}$$
$$A + \overline{A} = \boxed{(56)}$$
$$A \cdot \overline{A} = \boxed{(57)}$$

その他、論理式の簡単化に役に立つ諸定理を以下に列挙する。

$$A + B = B + A$$
$$A \cdot B = B \cdot A$$
$$A + (B + C) = (A + B) + C$$
$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$$
$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$$
$$(A + B) \cdot (A + C) = A + B \cdot C$$

$$A \cdot (A + B) = A$$
$$A + A \cdot B = A$$
$$A + \overline{A} \cdot B = A + B$$
$$\overline{A} + A \cdot B = \overline{A} + B$$
$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$
$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

【$\boxed{(54)}$〜$\boxed{(57)}$の選択肢】

(1) A　(2) $\overline{A}$　(3) 0　(4) 1

(ウ) 半加算器回路をベースに複数ビット同士の加算を行う際に必要となる回路を考える。最下位ビットでは上述の半加算器を使用できるが、2桁目以降の上位ビットでは下位からの桁上がり C_i を受け取り、3つの入力 A、B、C_i を算術加算した結果（和 S、桁上がり C_o）を出力する必要がある。このような回路は全加算器と呼ばれ、真理値表は次のようになる。

A	B	C_i	S	C_o
0	0	0	(58)	(59)
0	0	1	(60)	(61)
0	1	0	(62)	(63)
0	1	1	(64)	(65)
1	0	0	(66)	(67)
1	0	1	(68)	(69)
1	1	0	(70)	(71)
1	1	1	(72)	(73)

この真理値表から、S および C_o に関して次の論理式が導かれる。ただし、(74)(75) から (80)(81)、(82)(83) から (88)(89)、(90)(91) から (94)(95) は、それぞれ順不同である。

$$S = \boxed{(74)(75)} + \boxed{(76)(77)} + \boxed{(78)(79)} + \boxed{(80)(81)}$$
$$C_o = \boxed{(82)(83)} + \boxed{(84)(85)} + \boxed{(86)(87)} + \boxed{(88)(89)}$$
$$= \boxed{(90)(91)} + \boxed{(92)(93)} + \boxed{(94)(95)}$$

和の出力 S に関しては、桁上がり C_o の否定（NOT）を用いて演算することも可能である。この場合の S に関する論理式は次のようになり、回路を構成する論理ゲートを大幅に減らすことができる。

$$S = (\boxed{(96)(97)}) \cdot \overline{C_o} + \boxed{(98)(99)}$$

【(74)(75)〜(88)(89) および (96)(97)〜(98)(99) の選択肢】

(11) $A \cdot B \cdot C_i$　(12) $\overline{A} \cdot B \cdot C_i$　(13) $A \cdot \overline{B} \cdot C_i$　(14) $A \cdot B \cdot \overline{C_i}$

(15) $\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C_i$　(16) $\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C_i}$　(17) $A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C_i}$　(18) $\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C_i}$

(19) $A + B + C_i$　(20) $\overline{A} + B + C_i$　(21) $A + \overline{B} + C_i$　(22) $A + B + \overline{C_i}$

(23) $\overline{A} + \overline{B} + C_i$　(24) $A + \overline{B} + \overline{C_i}$　(25) $\overline{A} + B + \overline{C_i}$　(26) $\overline{A} + \overline{B} + \overline{C_i}$

【(90)(91)〜(94)(95) の選択肢】

(11) $A \cdot B$　(12) $\overline{A} \cdot B$　(13) $A \cdot \overline{B}$　(14) $\overline{A} \cdot \overline{B}$

(15) $A \cdot C_i$　(16) $\overline{A} \cdot C_i$　(17) $A \cdot \overline{C_i}$　(18) $\overline{A} \cdot \overline{C_i}$

(19) $B \cdot C_i$　(20) $\overline{B} \cdot C_i$　(21) $B \cdot \overline{C_i}$　(22) $\overline{B} \cdot \overline{C_i}$