情報関係基礎

第2問　(必答問題)　次の問い(問1・問2)に答えよ。(配点　35)

学習指導要領（3）- 思・判・表 - イ
学習指導要領（3）- 思・判・表 - ウ
学習内容（3）- イ アルゴリズムとプログラム

問1　次の文章を読み，空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エオカ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまる数字をマークせよ。また，空欄 $\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ ～ $\boxed{\text{シ}}$ に入れるのに最も適当なものを，次ページのそれぞれの解答群のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{ア}}$・$\boxed{\text{イ}}$ の解答の順序は問わない。

天野さんは次のような遊びを考えた。黒色または白色に塗られるマスが縦3横3の合計9個並んだ盤面を用意し，各マスに図1に示す番号(**マス番号**)を割り振る。**初期盤面**はすべてのマスが白色である。操作として，任意のマスを指定すると，そのマスとそのマスの縦横に隣接するマスの色が反転する(黒色であれば白色に，白色であれば黒色になる)。例えば，最初にマス1，次にマス5を指定すると，盤面は図2のように変化する。同様に，初期盤面からマス4を指定すると，マス1，4，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ が黒色となり，その後さらにマス $\boxed{\text{ウ}}$ を指定すると，マス1，4は白色に戻り，マス2が新たに黒色となる。

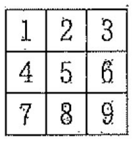


図1　マスの番号

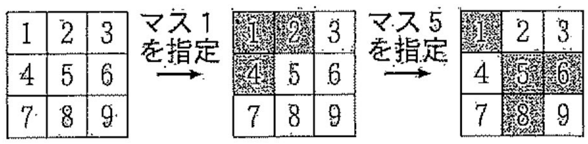


図2　初期盤面から順にマス1とマス5を指定した結果

盤面の塗られ方は，9個のマスの色がそれぞれ2通りあるため，初期盤面を含めて全部で $\boxed{\text{エオカ}}$ 通りある。天野さんは「初期盤面から始めて順にマスを指定することで $\boxed{\text{エオカ}}$ 通りの盤面をすべて作成できるか？」という問題を考えることにした。以下では指定するマス番号の並びを**マス列**と呼び，与えられた盤面に対してマス列中のマスを順に指定することで得られる盤面を，**マス列の結果**という。

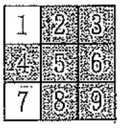
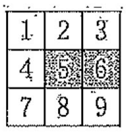
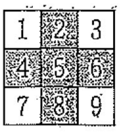
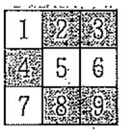
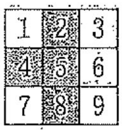
初期盤面に対するマス列5,6,6の結果は $\boxed{\text{キ}}$ となる。同様に，初期盤面に対するマス列6, $\boxed{\text{ク}}$,6の結果も $\boxed{\text{キ}}$ となる。天野さんはこれらの観察にもとづき，任意の盤面から二つのマスを順に指定した結果について，次の性質が成り立つことに気付いた。

性質1：順に指定する二つのマスが同じマスである場合，その結果は $\boxed{\text{ケ}}$ 。
性質2：順に指定する二つのマスの順序を逆にした場合，その結果は $\boxed{\text{コ}}$ 。

これら二つの性質から，任意の盤面に対するマス列 4, 3, 8, 2, 3, 4, 2, 5, 3 の結果と，マス列 [サ] の結果は同じになることがわかる。このことから，天野さんは次の性質も成り立つことに気付いた。

性質 3：任意の盤面に対するマス列の結果は，そのマス列に [シ] 含まれるすべてのマスをそれぞれ 1 回ずつ含むマス列の結果と同じになる。

[キ] の解答群

⓪ 　① 　② 　③ 　④ 

[ケ] の解答群

⓪ 指定直前の盤面と比べて黒色のマスが増える
① 指定直前の盤面と比べて黒色のマスが減る
② 指定直前の盤面からそのマスを 1 度だけ指定した場合と同じになる
③ 指定直前の盤面と同じになる

[コ] の解答群

⓪ 元の順序で指定した結果と比べて黒色のマスが増える
① 元の順序で指定した結果と比べて黒色のマスが減る
② 元の順序で指定した結果と比べて指定する二つのマスの色が反転する
③ 元の順序で指定した結果と同じになる

[サ] の解答群

⓪ 1, 6, 7, 9　① 2, 3, 4, 5, 8　② 2, 4
③ 3, 5, 8　④ 5, 8

[シ] の解答群

⓪ 1 回だけ　① 1 回以上　② 偶数回　③ 奇数回

情報関係基礎

学習指導要領（3）- 思・判・表 - イ
学習指導要領（3）- 思・判・表 - ウ
学習内容（3）- イ アルゴリズムとプログラム

問 2　次の文章を読み，空欄 $\boxed{\text{ス}}$ ～ $\boxed{\text{ニ}}$ に当てはまる数字をマークせよ。また，空欄 $\boxed{\text{ヌ}}$ ・ $\boxed{\text{ネ}}$ に入れるのに最も適当なものを，次ページのそれぞれの解答群のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{セ}}$ ・ $\boxed{\text{ソ}}$ ，$\boxed{\text{タ}}$ ～ $\boxed{\text{ツ}}$ ，$\boxed{\text{テ}}$ ・ $\boxed{\text{ト}}$ のそれぞれの解答の順序は問わない。

天野さんは，目標とする任意の盤面(**目標盤面**)について，初期盤面に対する結果が目標盤面となるマス列を求める手順を検討することにした。その際，各マスについて，そのマスだけ色を反転させるようなマス列(そのマスの**単一反転マス列**と呼ぶ。)があれば盤面を自由に変化させることができると考えた。何度か試行錯誤することで，天野さんは図 3 に示す三つのマス列 $X = 1, 3, 6, 7, 8$，$Y = 5, 7, 8, 9$，$Z = 2, 4, 5, 6, 8$ を見つけることができた。

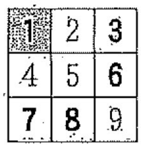
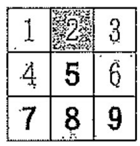
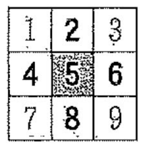
マス列	$X = 1, 3, 6, 7, 8$	$Y = 5, 7, 8, 9$	$Z = 2, 4, 5, 6, 8$
初期盤面に対する結果			
色を反転させるマス	1	2	5

図 3　マス列 X，Y，Z とそれぞれの初期盤面に対する結果
(太字のマス番号はマス列に含まれていることを示す)

マス列 X，Y，Z はそれぞれマス 1，2，5 の単一反転マス列である。つまり，任意の盤面に対するマス列 X の結果は，その盤面からマス 1 だけ色が反転した盤面となる。同様に，マス列 Y，Z についてもそれぞれマス 2，5 だけ色が反転した盤面となる。

盤面と操作の対称性を考えると，マス列 X，Y，Z からすべてのマス 1，…，9 についてそれぞれの単一反転マス列が得られる。例えば，マス列 Y と見比べることでマス列 1, 4, 5, 7 はマス $\boxed{\text{ス}}$ の単一反転マス列であることがわかる。同様に考えると，マス列 Y からはマス 2，$\boxed{\text{ス}}$ の他にマス $\boxed{\text{セ}}$ ，

[ツ]それぞれの単一反転マス列が，マス列Xからはマス1の他にマス[タ]，[チ]，[ツ]それぞれの単一反転マス列が得られる。

以上のことから，どのような目標盤面も，その目標盤面で黒色になっているマスの単一反転マス列をすべて連結したマス列により，初期盤面から作成できることがわかった。例えば，目標盤面がマス1とマス5だけが黒色の盤面であるとすると，単一反転マス列のいくつかと性質3からマス列1, 2, 3, 4, [テ]，[ト]の初期盤面に対する結果が目標盤面となることがわかる。

どのようなマス列も，性質3によってマス列をできるだけ短くしたものをマス番号の昇順に並べ替えることで，「元のマス列と結果が同じになり，どのマスも重複して含まず，マス番号が小さい順に並んだ」マス列が一つだけ得られる。このマス列を元のマス列の**基本形**と呼ぶことにする。図3のマス列Xはそれ自身の基本形である。マス列Y，Zも同様である。マス列2, 1, 1, 1, 2, 3とマス列5, 1, 3, 5の基本形はどちらもマス列[ナ]，[ニ]である。基本形になり得るマス列は，長さが0のものを含めて全部で512個である。

仮に，基本形はそれぞれ異なるが，初期盤面に対する結果が同じになるような二つのマス列があったとする。このとき，初期盤面から作成できる盤面の数は基本形の個数[ヌ]なり，すべての盤面の数（[エオカ]）と基本形の個数の関係から，作成することができない盤面が必ず存在することになる。そのため，二つのマス列の基本形が異なればそれらのマス列の初期盤面に対する結果は[ネ]ことがわかる。よって，目標盤面の各黒色マスそれぞれの単一反転マス列をすべて連結したマス列の基本形は，初期盤面からその目標盤面を作成する最も短いマス列となる。

[ヌ]の解答群

⓪ より少なく　① と等しく　② より多く　③ とは無関係に

[ネ]の解答群

⓪ 同じになる　① 基本形が長い方が黒色のマスが多くなる

② 異なる　③ 基本形が短い方が黒色のマスが多くなる